Il sistema ha tre equazioni e tre incognite. La matrice completa è $M_c = \begin{bmatrix} h & 1 & 1 & 4 \\ 1 & m & 1 & 3 \\ 1 & 2m & 1 & 4 \end{bmatrix}$ e il suo rango può essere al massimo 3. Calcoliamo il determinante della matrice incompleta:
$|M_i| = \begin{vmatrix} h & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 2m & 1 \end{vmatrix} = m(1-h)$. Se $|M_i| \neq 0$ ovvero $m \neq 0 \vee h \neq 1$ si ha che il rango della M_i è 3 e così il rango della M_c : il sistema è possibile e determinato.

Per $m = 0$ consideriamo il determinante della sottomatrice $\begin{vmatrix} h & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$: il rango di M_i è 2, qualunque sia il valore di h. Invece $M_c = \begin{bmatrix} h & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ ha rango 3, dal determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 1$ quindi il sistema è impossibile.

Per $m \neq 0 \wedge h = 1$ si ha $M_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 2m & 1 \end{bmatrix}$ e il suo rango è 2 considerando il determinante $\begin{vmatrix} 1 & m \\ 1 & 2m \end{vmatrix} = m$,

$M_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & m & 1 & 3 \\ 1 & 2m & 1 & 4 \end{bmatrix}$ con rango 3 se $m \neq \frac{1}{2}$ (dal determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ m & 1 & 3 \\ 2m & 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 - 2m$): in tal caso il sistema è impossibile. Se $m = \frac{1}{2}$ il rango di M_i e M_c è 2 e il sistema ha ∞^1 soluzioni.

Ricapitolando:

per $m \neq 0 \vee h \neq 1$ si ha rango(M_i)=rango(M_c)=3: il sistema è crameriano;

per $m = 0$, h qualsiasi, si ha rango(M_i)=2 e rango(M_c)=3: il sistema è impossibile;

per $h = 1 \wedge m \neq \frac{1}{2}$ si ha rango(M_i)=2 e rango(M_c)=3: il sistema è impossibile;

per $h = 1 \wedge m = \frac{1}{2}$ si ha rango(M_i)=rango(M_c)=2: il sistema ha ∞^1 soluzioni.

Nel caso di sistema crameriano si hanno le soluzioni

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & m & 1 \\ 4 & 2m & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 2m & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2m-1}{m(h-1)}; \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} h & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 2m & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1}{m}; \quad z_0 = \frac{\begin{vmatrix} h & 1 & 4 \\ 1 & m & 3 \\ 1 & 2m & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 2m & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2mh-4m+1}{m(h-1)}$$

e il luogo richiesto è $\frac{2m-1}{m(h-1)} = 2 \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{2mh-4m+1}{m(h-1)}$ da cui $h = \frac{4m^2+3m-2}{2m^2}$.