

ESERCIZI DI MATEMATICA

Trasformazioni del piano:

- 1) Si determinino le equazioni di due simmetrie assiali σ e ϕ la cui composizione dia luogo alla traslazione di equazione:

$$\begin{cases} x' = x + \sqrt{5} \\ y' = y - \sqrt{5} \end{cases}$$

si determinino poi le equazioni della trasformazione che si ottiene componendo le due simmetrie in ordine inverso. (PNI 2005)

- 2) Le rette r ed s d'equazioni rispettive $y = 1 + 2x$ e $y = 2x - 4$ si corrispondono in una omotetia σ di centro l'origine O . Si determini σ . (PNI 2005)

- 3) Nel piano è data la seguente trasformazione : $\begin{cases} x' = x\sqrt{3} - y \\ y' = x + y\sqrt{3} \end{cases}$ Di quale trasformazione si tratta?
(PNI 2004)

- 4) Spiegare, con esempi appropriati, la differenza tra *omotetia* e *similitudine* nel piano. (PNI 2002)

- 5) Si consideri la seguente proposizione: “in ogni triangolo isoscele la somma delle distanze di un punto della base dai due lati uguali è costante”. Si dica se è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta. (PNI 2007 sup)

- 6) Dimostrare che ogni similitudine trasforma una parabola in una parabola. (PNI 2006 sup)

- 7) Si consideri la trasformazione geometrica di equazioni: $\begin{cases} x' = 2x + my - 1 \\ y' = mx - 2y - 2 \end{cases}$ dove m è un parametro reale. Trovare l'equazione del luogo geometrico dei suoi punti uniti. (PNI 2005 sup)

- 8) In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnate le affinità di equazioni: $\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = \frac{1}{2}bx - 2 \end{cases}$

Tra di esse determinare quella che trasforma il punto $(1;0)$ nel punto $(1;-1)$ e stabilire se ammette rette unite (PNI 2004 sup)

- 9) In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy sono date le affinità di equazioni:

$$\begin{cases} x' = (a+1)x - by + a \\ y' = (a-1)x + 2by - 1 \end{cases}$$

dove a, b sono parametri reali. Dimostrare che fra esse vi è una similitudine diretta e di questa trovare il punto unito. (PNI 2004)

- 10) Si consideri la trasformazione di equazioni $\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = a'x + b'y \end{cases}$ tale che al punto $A(1;1)$ corrisponda

$A'(0;2)$ e al punto $B(1;0)$ corrisponda $B'(1;0)$.

Si studi la trasformazione ottenuta determinando in particolare i punti e le rette unite. Detto α l'angolo acuto formato dalla retta di equazione $y = mx$ e dalla sua trasformata r' , si scriva in funzione di m , la sua tangente goniometrica.

11) Sfruttando le regole di classificazione determinare la natura delle coniche aventi le seguenti equazioni:

a) $2x^2 + xy + y^2 = 0$ b) $x^2 + 4xy + y = 0$ c) $2x^2 - 5xy + y^2 - 5x + y - 5 = 0$
d) $xy + x + y - 2 = 0$ e) $x - 2 - 4y + 3y^2 = 0$ f) $x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0$

Si rappresentino graficamente le coniche, non immaginarie, individuate.

Sistemi lineari

Ripassare vol C cap 5

Esercizi da pag 526 a pag 529 farne finché non si è sicuri. Esercitarsi con diversi metodi di risoluzione.

Sistemi parametrici a pag 530-531

Esponenziali e logaritmi

Ripassare vol C cap 2-3

Esercizi: svolgere gli esercizi di riepilogo a pag 446-447

Esercizi: svolgere gli esercizi di riepilogo a pag 490-493

Problemi

Svolgere almeno 5 problemi di geometria piana di riepilogo scelti a pag 668 – 674 vol C

Svolgere almeno 5 problemi di geometria analitica con discussione scelti a pag. 650-651 vol C

Calcolo combinatorio

1) Dimostrare che si ha
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

dove n, k sono numeri naturali qualsiasi, con $n > k > 0$. (TRAD 2001)

2) Calcolare se esiste un numero naturale n per il quale risulti
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 1.048.576$$
 (TRAD 2001 sup)

3) Quante partite di calcio della serie A vengono disputate complessivamente (andata e ritorno) nel campionato italiano a 18 squadre? (PNI 2003)

4) Considerare gli insiemi $A = \{1;2;3;4\}$ e $B = \{a;b;c\}$ quante sono le applicazioni (le funzioni) di A in B? (PNI 2004)

5) Come si definisce $n!$ (n fattoriale) e quale ne è il significato nel calcolo combinatorio? Qual è il suo legame con i coefficienti binomiali? Perché? (PNI 2005)

Probabilità

1) Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Tra i sedici allievi se ne scelgono 3 a caso: qual è la probabilità che essi siano tutti maschi? PNI 2001

2) Nell'insieme delle cifre 1, 2, 3,, 9 se ne scelgono due a caso. La loro somma è pari: determinare la probabilità che entrambe le cifre siano dispari. PNI 2001 sup

- 3) Giocando a dadi è più probabile ottenere almeno una volta 1 con 4 lanci di un solo dado, oppure un doppio 1 con 24 lanci di due dadi ? PNI 2002
- 4) Assumendo che i risultati 1, 2, X delle tredici partite del Totocalcio siano equiprobabili, calcolare la probabilità che tutte le partite, eccetto una, terminano in parità. PNI 2002
- 5) Da un'urna contenente 90 palline numerate se ne estraggono quattro senza reimbussolamento. Supponendo che l'ordine in cui i numeri vengono estratti sia irrilevante, come è nel gioco dell'Enalotto, si calcoli la probabilità che esca la quaterna (7, 46, 67, 87) PNI 2002 sup
- 6) Si consideri una data estrazione in una determinata Ruota del Lotto. Calcolare quante sono le possibili cinquine che contengono i numeri 1 e 90. TRAD 2003
- 7) Tre scatole A, B e C contengono lampade prodotte da una certa fabbrica di cui alcune difettose. A contiene 2000 lampade con il 5% di esse difettose, B ne contiene 500 con il 20% di esse difettose e C ne contiene 1000 con il 10% difettose, Si sceglie una scatola a caso e si estrae a caso una lampada. Qual è la probabilità che essa sia difettosa? PNI 2003
- 8) Un'urna contiene 30 palline uguali in tutto e per tutto fuorché nel colore; infatti 18 sono bianche e 12 nere. Vengono estratte a caso. Una dopo l'altra, due palline. Qual è la probabilità che la seconda pallina sia bianca sapendo che la prima
- a) è bianca e viene rimessa nell'urna?
 - b) è bianca e non viene rimessa nell'urna?
 - c) è messa da parte senza guardarne il colore? PNI 2003 sup